

数値解析に関するいくつかの提言

——関数解析的見地から——

古 川 博 仁*

Some Suggestions of the Numerical Analysis

—— From the Point of View on the Functional Analysis ——

Hirohito FURUKAWA

Key words : 数値解析 numerical analysis, 関数解析 functional analysis, NS 方程式 Navier-Stokes equation, ガロア理論 Galois theory, 解析接続 analytic continuation

1. は じ め に

現在、著者は住居関係の研究を主に行っているが、表題の「数値解析」の研究についてはここ14年間ほとんど手付かずのまま、それでも著者の専門とは言えば「流体数学」であると答えることにしている。この「流体数学」という用語は、雑誌「数理科学」に掲載された「流体数学のすすめ」(1968年～1979年まで計45回連載)によるもので、名付け親の流体力学者である今井 功氏によれば、始めは思いつきの用語としてタイトルに用いたが、連載を重ねる毎に「等角写像」や「佐藤超関数」といった数学的概念を流体力学に应用すること、また逆に流体力学的イメージで数学を直観的に理解することを目的とする学問分野として位置付けしたとのことである。

著者は一研究者として1982年～2005年まで毎年一回開催された日本流体力学会年会に出席させて頂いており、2003年の巽 友正先生の「Burgeres 乱流における速度分布の慣性相似性」(国際高等研)の講演を聴講させていただいて以来、数値解析から住居関係の研究に移行することとなった。その理由は、勤務先の入学者減少による職場転向である。

本報告は、著者が数値解析の研究に関わった回顧録的な色合いが濃い。この14年間、数値解析の研究はほとんどブランクと言っても過言でないが、Navier-Stokes 方程式(以下NS方程式)に関する研究はそれでも未練があったのだろう、定年を目前にNS方程式の数値解析に関して常々頭の片隅に引っ掛かっていたことをここに露呈したい。

本報告の提言は、次の1つに集約できる。

「NS方程式は初期値—境界値問題に限定すれば、それを数学的証明により厳密解として示すことよりもむしろ、関数解析的に解のクラスを定義して数式のアプリオリ評価を行い、解を数値解析的に特定することの方が、解の存在性や一意性を具体的に示したことに成るのではないか」、次節では4つの提言を行うが、これ等は上述に集約できる。

流れの数値解析は、1970年代から「数値流体力学」という学問分野で盛んに行われるようになったが、その先駆者とはすでに他界された川口光年氏(当時東京大学理学部)である。川口氏は1953年に円柱を過ぎる一様流についてNS方程式の厳密解を数値的に求めた。当時はタイガー計算機(手回し計算機)を毎週20時間、約1年半を掛けて回し続けて数値解を求めたとのことである。今年の7月、理化学研究所と富士通が開発した世界最速のスーパーコンピュータ「富岳」からすれば考えられないことである。

2. 数値解析との関わりといくつかの提言

著者が数値解析に取り組んだ最初の研究¹⁾は、直管から曲がり流路内に流入する流れの発達過程を定常問題として捉え、流れの領域をMAC法で解析するというものである。

この数値解析からは次のような知見を得た。

「長方形断面を有する曲がり流路内に発生する二次流れ及び凹平面内に付加的に発生する二次流れ渦の発達過程を、可視化実験、流速測定、数値解析の三つの角度で捕

* 広島文化学園短期大学コミュニティ生活学科

えて比較検討した。結果は、可視化によって得られた流れの発達過程と NS 方程式の MAC 法による数値解析結果は比較的良く一致しており、さらに流速測定で得られた流速分布と数値解析のそれも良く一致した。このことは、数値解析で設定した流れのモデリングが妥当であることを示唆しており、その上で対象となる凹平面内の付加的二次流れ渦への発達過程を、数値解析結果から力学的なメカニズムを検討することができた。発達過程は3段階あり、曲がり管入口で急激な曲率を伴う段階、遠心力により流れが発達する段階、壁面に付加的二次流れ渦が発生する3段階と見なすことができる。」(1982年)

プログラミングは FORTRAN で行い、大阪大学計算機センター Acos-System900 で計算を行った。

この数値解析で重要なことは、流速、圧力などの諸量を繰り返し計算で収束させている点で、これは関数解析的にはバナッハ空間上での「不動点問題」と見なすことができる。数値解析結果から、流れの発達過程を力学的に検討することができたとは言え、何故この問題が不動点問題として解けたのかについては、この時点で数学的証明を行っていない。これには後述の定常非線形関数解析の知識が必要である。

次に非定常非線形問題として、円環内部の流れ²⁾の時間的な発達過程を数値解析で捉え、その力学的なメカニズムを検討することとした。

流れの領域は MAC 法で解析することとし、繰り返し計算では SOR 法を採用した。円環内部の実際の流速分布をレーザー・ドップラー流速計で測定したケースはあるが、可視化実験で視覚化することは円環の形状から技術的に困難であり、著者は前述の定常問題で成功裏に終わった数値解析をこの問題に当てはめて解析することにした。この数値解析から次のような知見を得た。

「円環流路の上壁が瞬間に定速度で回転を始めた場合の円管内部の流れの発達過程を、NS 方程式（非定常空間3次元トロイダル座標系）で数値解析した。流れの領域は MAC 法で解析することとし、円環を直径方向で切った断面内の流れは各時刻で同じと仮定して数値解析した。数値解析結果から、流れの発達過程は、二次流れ生成段階、二次流れが弱まる段階、定常段階の3段階であることが見出された。また、上壁近傍、および側面にエクマン境界層が形成されることなどが、数値解析結果から見出された。」(1987年)

流れの領域は等間隔格子ではなく、当時、京都大学理学部を退官後、1986年～1987年、広島工業大学基礎教育の教授として着任された巽 友正先生の指導の下でチェビシェフ不等間隔格子を採用して、計算は広島工業大学計算機センター日立 M-160H で行った。

この数値解析でも流速、圧力などの諸量を繰り返し計算で収束させることができ、関数解析的にはバナッハ空間上での「不動点問題」と見なすことができる。数値解

析結果から、流れの発達過程を力学的に検討することができたとは言え、何故この問題が不動点問題として解けたのかについては、やはり数学的証明を行っていない。

数値解析で重要な点としてモデリング³⁾が挙げられる。

著者は実際の流れを数値解析する場合、単に NS 方程式を振り回すことは避けて、対象となる現象を如何に捉え得るのか、その手法としてモデリングについて次のような検討を行った。

「対象となる流れは沖縄西方の黒潮である。流れを数値解析する場合、モデリングではその流動現象解明に必要な条件とその十分性が検討されなければならない。また、流動現象を解明するためには簡単なモデリングから実際の複雑な流動へ山登り的にモデリングを精密化することを提案した。その流動現象の一例として黒潮流れを取り上げ、その力学計算モデル、地衡流調節モデル、観測データによるモデル、1+1/2層モデルへと山登り的にモデリングを移行していく数値解析手法を提案した。」(1996年)

沖縄西方黒潮流れのモデリングについては1992年～1996年、九州大学応用力学研究所から広島大学工学部に教授として着任された金子 新先生の指導によるもので、著者はそれを簡単なものから複雑なものへと山登り的に展開することを提言^①した。

以上は数値解析による計算機内部での数値解に過ぎず、実際の事象をどの程度近似しているのか、その評価は困難である。また、数値解の存在性、一意性等に関して数学的証明は行っていない。著者はさらに微分方程式の解析解を計算機により数値解として近似的に求めることに関して、次のような取り組み⁴⁾を行った。

「微分方程式を有限差分法で近似解法する場合の収束性、適合性、安定性の一般的な理論を示し、その一例として NS 程式を取り上げて、収束性に関してアприオリ評価を与えた。このアприオリ評価が流れのエネルギー方程式になっていることに着目して、数値計算上の収束判定をエネルギー方程式で行うことを提案した。」(1997年)

ここでの提言^②は、NS 程式を数値解析で近似した数値解の収束性に関して、そのアприオリ評価が流れのエネルギー方程式になっていることに着目して、数値解析上の数値解の収束判定をヒルベルト空間上の不動点問題として実行できるのではないかということである。これについては提言に留めただけで、これによる数値解析は実行していない。

ところで、流れは大きく層流と乱流に区分されるが、流れを NS 方程式で解明する研究が成されてから約200年が経つ。未だに NS 方程式の解の存在性と一意性（あるいは解の崩壊性）は証明されていない。そこで著者は、NS 方程式の導出に関して、台となる多様体を厳密に設定し、解適合格子を自然標構表現で示すことに取り組

み⁵⁾、次のような知見を得た。

「なめらかで平坦な4次元多様体上とらえられる流れ場を想定し、流線の移動に対してLie微分を適用することにより、質量保存則、運動量保存則からこの流れ場の連続の式、運動量方程式等を構築した。これらの方程式系は、式の形式上、流体力学で定義されるオイラー記述での連続の式、NS方程式と同型であり、NS方程式系に内包されていることがわかった。ここで著者は敢えて内包という表現を取っているが同等であるという見方もできる。同等という立場に立てば、NS方程式は平坦な流れ場において有効であり、台となる多様体が歪んでいる場合には有効ではないといえる。また、NS方程式の数値解析結果からも分かるように、台となる多様体の条件を限定すれば（つまり層流）、解の存在性、一意性は証明でき得る。乱流などの複雑な現象をNS方程式で直接解法することは未だ出来ておらず、その理由はおそらく台となる多様体が現実的には歪んでいることが原因ではないかと著者は予測している。」（1998年）

乱流に関しては1984年から、当時広島工業大学基礎教育教授、川島和俊先生とHINZEの「Turbulence」を数式の誘導を含めて詳細に研究することから始め、「Turbulence Characteristics of Fluids Velocity and Temperature behind a Heated Grid」と題してProc. 11th KSME-JSME Thermal and Engineering Conf（1988年）で研究成果を発表した。これは著者にとってはじめての英語での発表で、この日韓合同熱流体工学会議の分科会ではいくつかの質問が著者に向けられたが、意味がとれない部分は同会議に出席されていた笠木伸英先生（当時、東京大学工学部助教授）に助けて頂くなど今でも笠木氏のご厚意には心から感謝の念を忘れ得ない。

乱流に関しては、1987年～1988年、川島先生により「加熱格子後方の乱れの特性」等の原著論文を日本流体力学会に受理していただくなど成果を挙げることができた。そこで取り扱った扱った乱流とは「等方性乱流」である。なお、これに先駆けて円管内部の流れを近似式であるハーゲン・ポアズイユの数式を使うことなくNS方程式を3次精度風上差分で直接解法して乱流への遷移現象を数値シミュレーションで得たという発表（乱流シンポジウム1985年 河村哲也氏、当時東京大学工学部助手）には、著者も含めて会場の中央大学に同席した多くの研究者が注目した。しかしながら著者は、乱流現象は台となる多様体が歪んでいることが原因で発生するのではないかと提言³⁾した。さらに、層流から乱流への遷移過程に関しては確率微分的な解釈が重要ではないかと思われ、後述の揺動項をNS方程式に付加することを提言⁴⁾するものである。

これまでの記述は、数学的な証明を抜きにした数値解析の経過を示したに過ぎないが、著者は同時に関数解析の研究も進めていた。

関数解析に関しては1980年～1982年、九州大学応用力学研究所から大阪工業大学工学部の講師として着任された山本正明先生から大学院のゼミで教わり、当時研究指導をしていただいた杉山司郎先生（講師）、林 太郎先生（教授）同席の下でバナッハ空間での不動点定理等、興味深く勉強させて頂いた。また、著者が広島女学院大学非常勤講師としてお世話になった1995年～2004年、半線形発展方程式のmild solutionを半線形半群で研究されていた元広島女学院大学教授の橋本一夫先生との週一回の対談等に於いても、関数解析の研究を進めることができた。

著者は関数解析の研究を進めるに連れ、流体方程式（NS方程式の近似式を含める）の古典的解析による古典解（厳密解）と関数解析による広義解との比較を示すことが出来得るのではないかと仮定して（著者の知る限り当時このような研究は流体数学の範疇では見受けられなかった）、その初期段階として3つのタイプの簡単な偏微分方程式から比較研究を行った。

楕円型偏微分方程式⁶⁾に関しては、次のような知見を得た。

「簡単な楕円型偏微分方程式の典型としてポアソン方程式の古典的解析と関数解析を行った。ポアソン方程式の関数解析では、直交分解定理とリースの表現定理を援用して広義解の一意存在性を証明した。その応用として流体力学でのストークス近似方程式、オセーン近似方程式を取り上げ、リースの表現定理から広義解の一意存在性を簡潔に示した。また、古典解についてもグリーン関数法やベクトル解析により解の一意存在性を示し関数解析での広義解との比較を行った。以上より本論文の限りでは、関数解析は流体方程式の解析に有効であると結論した。」（1998年）

ここで取り扱った流動解析は、定常線形流れであり、古典的解法において難解と思われた解析が、関数解析ではまるでトリビアな問題として示すことができ、層流領域において関数解析をNS方程式の線形非定常問題へと発展することにした。

簡単な放物型偏微分方程式⁷⁾に関しては次のような知見を得た。

「簡単な放物型偏微分方程式の典型として拡散方程式の古典的解析と関数解析を行った。関数解析では、上記を発展方程式に置き換え、ラックス・ミルグラムの定理を用いて広義解の存在性と一意性を示した。発展方程式の関数解析では、第2項付きの場合、解析的半群の生成作用素で第2項付きの場合、空間n次元の混合問題などについて体系的に考察を行った。これらの成果を流体力学に応用し、レイリー流、非定常ストークス流、非定常オセーン流等の広義解の一意性を簡潔に示した。」（1999年）

ここでは関数解析をNS方程式の非定常線形問題に発展させた。

さらに同年、簡単な双曲型偏微分方程式および定常非

線形作用素方程式に関する次の2つの報告^{8,9)}を行った。

「簡単な双曲型偏微分方程式の典型として波動方程式の古典的解析と関数解析を行った。関数解析では、上記を連立発展方程式に置き換え、ディリクレ・リーマン・ヒルベルトの定理を援用して広義解の一意性を示した。波動方程式の古典解の一意存在性については、優級数法で暗に空間 n 次元で証明し、また変数低減法により空間 3 次元から 1 次元へと体系的に証明した。これらの成果を流体力学に応用し、長い波、音波等の特性を体系的に論じた。」(1999年)

後者の定常非線形作用素方程式は「非線形関数解析」に関するもので、次のような知見を得た。

「定常非線形作用素方程式の広義解の存在性を、非拡大作用素の不動点定理を援用して示すことができるものについて考察した。この概念を非線形作用素方程式の関数解析として流体力学に応用し、非圧縮性粘性流体の流れの定常非線形－境界値問題の広義解の可解性を、ヒルベルト空間上でレイ＝シャウダーの原理を用いて示した。非定常非線形問題の一般化された関数空間上での可解性については、未だに現代数学の課題であり未解決のままである。」(1999年)

著者は、レイノルズ数が1以上（その近傍）に於いて、非圧縮性粘性流体の流れの定常非線形－境界値問題の広義解の可解性を示した。これは、前述の論文¹⁾の数学的証明への取り組みである。しかしながら、非定常非線形問題の一般化された関数空間上での可解性についての数学的証明は出来ておらず、前述の論文²⁾に関しての可解性は未解決である。

これらの論文⁵⁻⁹⁾は、呉大学短期大学部の紀要編集委員会に手書き原稿で提出し、精査していただいたものの、原稿締切り期限の都合上、著者は原稿をTeXで作成することができなかったことから、呉精版印刷所による2回の植字校正（当時の紀要規程）で公表されることになった。残念なことに、著者の校正記号通りの植字が完全に成されておらず、数式等各所に植字ミスが見つかった。これ等を再度校正し直して Global Crown University Dissertation¹⁰⁾として提出した。この審査に当たっては、日本事務局の西尾繁登三氏を通じて Global Crown University California の教授陣である Dr. Silvan Moutarde, Dr. Vilma, Alicia Morales, Prof. Toshe Yoshida の3氏により審査が進められ、「偏微分方程式の解法とその工学的な応用」と題する単行本として出版した。また、出版に際しては元広島工業大学基礎教育教授、川島和俊先生（九州大学博士）に再び査読していただき、川島先生からは2～3の貴重なコメントをいただいた。

この出版物の概要は次の通りである。この内容こそ本報告の4つの提言の源泉であると言っても過言ではない。

「本書は3つの主要なテーマ、すなわち「簡単な楕円型偏微分方程式のディリクレ問題」(No. 1), 「簡単な放

物型偏微分方程式の特有初期値問題」(No. 2) 及び「簡単な双曲型偏微分方程式の特有初期値問題」(No. 3) と4つの副テーマから構成されている。本書の目的は、典型的な3つのタイプの線形2階偏微分方程式の諸問題の古典的解法と関数解析の比較、及びその数値解析手法への応用である。本書では、特に関数解析における諸定理の証明の手順とそこで用いられている諸概念が、数値解析の手順と類似していることに着目（仮定）して、その初期段階として典型的な3つのタイプの偏微分方程式の諸問題にこの仮定を当てはめ、一例として流体力学の簡単な問題に対して具体的な考察を行った。これらの問題のいずれにおいても、偏微分方程式の古典的な解法と関数解析的な解法との比較を行い、関数解析的な解法の数値解析への有用性を示した。比較の要点は解の存在性と一意性の証明にある。これを具体的に示すために、その工学的応用として流体力学における諸方程式を取り上げて、その有用性を考察した。次に、4つの副テーマ「非線形作用素方程式の定常－境界値問題」(No. 4), 「近似解法」(No. 5), 「円環流路内流れの Navier-Stokes 方程式数値解」(No. 6), 及び「Lie 微分による流れ場の支配方程式」(No. 7) に関して、ここでは主テーマでは扱っていなかった非線形偏微分方程式の諸問題に対して関数解析の有用性を考察した。NS 方程式の厳密解の証明はまだ成されておらず、数学的には非線形性ゆえに難解な方程式である。1970年代からその近似解法が急速に発展し、数値流体力学という新分野を構築したが、現時点では NS 方程式の非定常初期値－境界値問題の時間的局所解が関数解析的に証明されているのみで、その具体的な解法となるとコンピューターによる近似解法に頼るところが大きい。副テーマ No.4では、NS 方程式の定常－境界値問題の弱解の存在性を考察し、No. 5では NS 方程式の近似解法について考察した。No. 6では MAC 法により数値解の具体例を示した。No. 7では流動現象を本質的に捉えることに言及し、NS 方程式は平坦な流れ場における流線に沿った流動現象を表し得ることを考察した。ここではこれまでの NS 方程式ありきという視点をまったく変えて、平坦な多様体上で解を想定して流れ場の支配方程式を自然標構表現することから考察した。この支配方程式は NS 方程式と一致しており、平坦な多様体上で想定した解がそのまま NS 方程式に内在していることを指摘した。この限りにおいては、NS 方程式の解は平坦な多様体上でしか得られないのではないかという見解を得た。ここに著者は No. 6で示したように、条件を限定すれば非定常非線形問題であったとしても NS 方程式の数値解析結果は得られるのであり、台となる多様体の条件を限定すれば、解の存在性、一意性は証明でき得るのではないかとの見解を持つ。さらに一歩進んで、非定常非線形問題としての NS 方程式は、初期値－境界値を現実とほぼ同等程度に限定すれば、それを数学的な証明に

より厳密解で示すことよりもむしろ、関数解析的に解のクラスを定義してアприオリ評価を交えて数値解として求めた方が、解の存在性や一意性を具体的に示したことに成るのではないかと提言する。

本書は、偏微分方程式の解法と工学的应用、具体的には流体力学分野の古典的な問題と未解決問題への考察を体系的に行ったものである。」(2000年)

本報告の提言の最後に、流れ場の支配方程式の構成には揺動散逸原理が必要であることを提言する。

具体的な取り組みとして、確率微分方程式を援用した数値解析¹¹⁾を行った。その内容は次の通りである。

「本論文では、乱流平板境界層内の流体粒子の流跡線を、2つの仮定を設けることによって確率微分方程式による数値シミュレーションで示した点である。1つ目の仮定は、流体粒子の位置を2次元ラグランジェ記述しこれに揺動を付加できること、2つ目は、流速はあらかじめ求められた2次元速度場(オイラー記述)のものが採用できることである。本論文の動機は、流れ場の支配方程式に揺動項が付加されるべきではないだろうかという著者の予見から始まる。考察として、フォッカー・プランク方程式からネルソンの加速度の定義を援用して流体粒子の運動方程式を導いた。得られた方程式は、あたかもNS方程式に揺動項が付加されたものと同形であり、流れ場の支配方程式の構成において揺動散逸原理の必要性を示した。」(2002年)

3. お わ り に

著者は中学時代から群論に触れ「ガロア理論」を知った。この理論の妙味は何といっても代数方程式の解の公式を証明することなく、解の公式の有無を特定できている点である。著者のガロア理論のイメージは次に様である。

まず、簡単な仕組みが定義された体系が用意される。その中にはその定義を満たす粗雑な要素が入っている。この体系に仕組みを付加(導入)すれば、この拡張された体系の下で、その中に入り得る要素は、始めの粗雑な要素から精練されたものが残る。さらに仕組みを付加(導入)して体系を拡張すれば、その拡張された体系の下で入り得る要素はさらに精練され、ついにはほとんど一意的に特定できるようになる。これはまるで獲物を追い込んで獲得する狩人の手法に似ている。

ガロア理論をこのように理解していた著者は、数値解析に於いてもこの理論が成り立つと考えており、条件を限定すればするほど数値解析は一意的に正解へと漸近していくであろうと推察する。この限りにおいて著者は、数学的証明抜きの数値解析結果を卑下する者ではない。コンピューター内での機械的な演算の正確さからして、「正しくプログラミングされた数値解はそのまま正解と成り得る」と主張する。「論より証拠」、「理論と実践」の呼

応を観るとき、著者は「コンピューターによる数値解析はガロア理論を援用している」と主張する者である。

以上から、著者は「はじめに」で述べた通り、「NS方程式は初期値—境界値問題に限定すれば、それを数学的証明により厳密解として示すことよりもむしろ、関数解析的に解のクラスを定義して数式のアприオリ評価を行い、解を数値解析的に特定することの方が、解の存在性や一意性を具体的に示したことに成るのではないか」、これが本報告の4つの提言の集約に他ならない。

近年、「微分方程式のガロア理論」(2011年、数学セミナー、斎藤雅彦氏、当時神戸大学大学院助教)によれば、非線形微分方程式に対して微分ガロア理論を構築しようという試みが成されつつある。

ガロア理論の根幹は、初期段階で定義した体系にある。

解は、設定した体系がどうであれその体系の中でしか得られない。初期段階で定義した体系が論理的に真でなければ、それ以上の解析は徒労に終わる。体系が真であり、そこにさらに真と成り得る仕組を導入すれば、その「拡張された体系」の下でさらに最適解が絞り込まれる。この手法こそが、コンピューター内部で行われている事実(真実)なのであると著者は主張する。

数学ではまた、「解析接続」と言う手段もある。この仕組みを体系に取りこめば、解析接続した体系の下で解の特定が出来るのかも知れない。しかしである。解析接続に関しては、「体系との真偽を厳しく問うべきである」と著者は見ている。

体系の拡張に関しては、これをさらに「数学的哲学」から観るべきであると著者は思う。著者は、数学的哲学とは「真正美」のことであると捉えている。正論がまかり通れば真理は深められ、その体系は美と賞賛される。さらに正論が拡張されれば、さらに真理は深められ、その特定された世界はさらなる美(解)と賞賛されるであろう。この正のスパイラルこそが、学問分野を問わず我々が弁えている普遍的原理ではないだろうか。

1970年代以来、NS方程式の数値解は研究者によって無数にコンピューターで求められて来た。研究者達はこれを数値流体力学と称して、その妥当性を強調してきた。著者は、ガロア理論を援用した体の拡張から特定された解、あるいは正しく解析接続された体系による解であると保証されているのであれば、数学的証明抜きでもコンピューターによる数値解の正当性を認め得ると主張する。ただし、この数値解が現実の現象と一致しているとは言っていない。あくまでも、コンピューター内部での計算の範疇である。

このことを付言して、本報告のまとめとする。

要 旨

本報告は、著者が数値解析の研究に関わった回顧録的な色合いが濃い。

本報告は次のことを提言するものである。

「NS 方程式は初期値—境界値問題に限定すれば、それを数学的証明により厳密解として示すことよりもむしろ、関数解析的に解のクラスを定義して数式のアプリオリ評価を行い、解を数値解析的に特定することの方が、解の存在性や一意性を具体的に示したことに成るのではないか」

ガロア理論を援用して体の拡張により特定された解、あるいは正しく解析接続された解であると保証されているのであれば、数学的証明抜きでもコンピューター内部で正しくプログラミングされた演算で得られた数値解の正当性を、著者は認め得る者である。むしろコンピューター内部での機械的な演算の正確さからして、正しくプログラミングされた数値解はそのまま正解であり得ると主張する。

引 用 文 献

- 1) 古川博仁：長方形流路内に発生する二次流れについて，大阪工業大学修士論文，A4版600字×121頁，(1982)，大阪
- 2) 古川博仁：円環流路内流れの Navier-Stokes 方程式数値解，広島工業大学研究紀要 Vol. 21 No. 25, pp. 77-85, (1987)，広島
- 3) 古川博仁：黒潮流れのモデリングについて（データ解析の手法），呉女子短期大学紀要 第10号 pp. 85-92, (1996)，広島
- 4) 古川博仁：近似解法について（NS 方程式の数値計算法の一例），呉大学短期大学部紀要 第1号 pp. 67-77, (1997)，広島
- 5) 古川博仁：Lie 微分による（数値計算のための自然標構表現（微分幾何学），呉大学短期大学部紀要 第2号 pp. 15-34, (1998)，広島
- 6) 古川博仁：簡単な楕円型偏微分方程式のディリクレ問題（古典的解法と関数解析（その1）），呉大学短期大学部紀要 第2号 pp. 35-50, (1998)，広島
- 7) 古川博仁：簡単な放物型偏微分方程式の特有初期値問題（古典的解法と関数解析（その2）），呉大学短期大学部紀要 第3号 pp. 1-21, (1999)，広島
- 8) 古川博仁：簡単な双曲型偏微分方程式の特有初期値問題（古典的解法と関数解析（その3）），呉大学短期大学部紀要 第3号 pp. 23-43, (1999)，広島
- 9) 古川博仁：非線形作用素方程式の定常—境界値問題（非線形関数解析（その1）），呉大学短期大学部紀要 第3号 pp. 45-59, (1999)，広島
- 10) 古川博仁：偏微分方程式の解法とその工学的な応用，Global Crown University Dissertation B5版1600字×125頁，(2000)，大阪
- 11) 古川博仁：(26) 確率微分方程式による流体粒子の挙動（測度論的確率論と数値解析）—数値解析—，呉大学短期大学部紀要 第6号 pp. 1-21, (2002)，広島

Summary

In this paper, it is reported the author's investigation on the numerical analysis retrospectively. It is suggested my consideration as follows;

"I restrict the initial - boundary value problem on NS equation, and recommend to identify the numerical solution which is estimated a priori the mathematical formula defined the solution class functionally rather than showing the exact solution by mathematical proof. I think that the former shows the existence and uniqueness of the solution concretely."

If it is guaranteed that the solution identified by the field extension which is invoked by Galois theory or the solution obtained correctly by the analytic continuation, I insist on the validity of the numerical solution which is obtained by the calculation programed right inside the computer without mathematical proof. Therefore, for the correctness of the mechanical calculation inside the computer, I maintain that the numerical solution which is programed right is the right solution.