

間取りと動線に関する考察

——グラフ理論によるアプローチ——

古 川 博 仁

Consideration for the Room Planning and its Traffic Lines

——Approach by the Graph Theory——

Hirohito FURUKAWA

Key words : 間取り room planning, 動線 traffic line, ゾーニング zoning, グラフ理論 graph theory, インテリア計画 interior design, ボロノイ図 Voronoi diagram

1. 緒 言

平成19年度、本学コミュニティ生活学科2年生の受講者22名を対象に、演習科目「インテリアCAD演習」の指導を行った。演習目的は、「自分が住みたい家の間取り図の作成」であり、間取り図の作成に当たってはパソコンの3D-CADソフトを使用した。演習の進め方は、15回の演習を「基本計画の立て方」、「3D-CADソフトの操作方法」、「間取り図の作成」の大きく3段階で実施した。

ところで、日本人は海外の建築家から「間取り図のラフが素人でも描けるのは日本人くらいのものである」と賞賛される国民のようだ。日本人は日頃から畳の生活に慣れ親しんでおり、部屋の大きさを畳を単位(モジュール)として体感的に捉えることができるのがその大きな理由のようだ。また、部屋の配置に対しても「家相」などが日常に浸透しており、たとえば「玄関は東南にとるのが吉」「水回りは東側にとるのが吉」「納戸は西北が吉」「寝室は北西が吉」「居間は北側が吉」などのように、日本人は間取り(部屋同士の関連)についても口うるさい国民のようであり、このことも理由に挙げられている。これらの理由との関連は否定できないまでも、受講者の半数強が本演習科目の履修以前から「間取り図に興味があった」と答えて

おり、授業への取り組みはとても積極的であった。

本論文の動機は、本演習科目を指導していく最中に起こったもので、「個人の趣向による間取りをより適切(できれば最適)なものに仕上げるためには、何かいい方法はないものだろうか」、著者は建築士でもなく設計図が描けるわけでもないが、この動機に対して「グラフ理論が適用できないものだろうか」ということに思い当たった。グラフと言っても数量を円グラフや棒グラフで表した図のことではなく、点と線で構成された図(位相)のことである。ところで、本論文で著者が意図している「より適切な間取り」とはいったいどういうものなのか、住空間を計画していく上でそれはどの段階のものなのかを明確に限定しておく必要がある。

住居(広い意味でのすまいのこと)は敷地と建物(構造物)で構成されており、敷地は建物の外部空間と言われ、建物の内部空間は住空間と言われる。

住居の構築は大きく「企画」→「設計」→「施工」の3段階で行われる。「企画」に相当する部分では、依頼主の住意識、ライフスタイル(生活様式)、ライフステージ(生活者の年代)、外部環境、予算などに基づいて住居の「規模計画」がなされ、その規模内(敷地)で必要とされる建物の大きさ、建物の位置、駐車場、庭、門扉など外部空間の検討がなされる。こ

れを「配置計画」と言う。

一方、住空間については住要求として依頼主が要望する部屋の種類と個数、それらの関連などにより間取りの「基本計画」がなされる。「基本計画」では、まず依頼主が要望する条件を図式化するために「ゾーニング」が行われ、それに基づいて間取り図のラフ（大まかな下絵）が描かれる。さらに、間取り図が依頼主とそこに住む家族にとってより適切なものであるかをチェックするために「動線計画」が行われる。これ等を「平面計画」とも言うが、この段階では様々な角度から住空間のエスキス（フランス語、スケッチ）が描かれ検討されていく。

「設計」段階では、「基本計画」で決定されたエスキスに基づいて「基本設計」→「実施設計」が行われ、建物の躯体（構造物）の平面図、断面図、さらに平面図詳細（天井伏図、展開図）、家具・建具・各種設備詳細図などが作成される。

これらのプロセスは仕様書にまとめられ、それが依頼主にとって満足のいくものであれば「施工」段階に移行し、現場での工事が始まるのである。

本論文の研究対象は「企画」段階の住空間の「基本計画」に当たる部分である。建物を新築する場合には「基本計画」の初期の段階からインテリアコーディネーターが立ち会うことが理想的であり、「基本計画」をインテリアの観点から行うことを「インテリア計画」と言う。この場合のインテリアとは単なる「室内装飾」の意味ではなく、建築が主に躯体（スケルトン）を指せばインテリアはその躯体で囲まれた住空間（インフィル）を指すといった建築と表裏一体の関係にある意味に拡大解釈される。インテリアコーディネーターは言わば依頼主の住要求の代弁者のような存在であり、依頼主のライフスタイルに合った住空間の実現に向けて、様々な角度から住空間のエスキスを描いていく。依頼主との打ち合わせによってはエスキスが100枚を超えることもあるという。たとえば、同じ間取り（部屋同士の関連）でも、それを図示した間取り図は部屋の大きさや形、位置関係、部屋の使用者の趣向などにより随分と違ってくる。このため、間取り図を立体化したパース（透視図）などにより依頼主にも分かり易くする必要があり、イメージの調整には相当枚数のエスキスが必要となる。

間取り図で重要なポイントは、住空間での人の動きがスムーズであること、その軌跡（動線）が適切であることであり、「動線計画」が依頼主側の家族の生活

にとってより適切なものであれば、住空間の間取り図のラフはほぼ完成したものと見てよい。その後は、「寸法計画」により建具や家具も含めて正確な間取り図が仕上げられていく。

ここで留意すべきことは、いくらインテリアコーディネーターが正確な間取り図を描いたとしてもそれはあくまでも住空間のエスキスに過ぎないということである。建築士は、この基本計画を基に建物の躯体（スケルトン）とその内部（インフィル）の全てを設計するのである。建築士が行う構造計算や躯体設計には遠く及ばない。

著者の言う「より適切な間取り図」とは、「インテリア計画」における住空間のエスキスの作成であり、依頼主の要求に基づいて、ゾーニング→間取り図→動線計画のプロセスで得られた間取り図のラフを描くことである。このプロセスに数学の「グラフ理論」が援用できないものだろうか、これを示すことが本論文の目的である。

解析の対象として「空間の結びつきの強さ¹⁾」のデータを引用し、これにグラフ理論を援用する。具体的には、第1段階としてグラフ理論の「ドロネー図とポロノイ図との関係」を「ゾーニングと間取り図の関係」に結び付ける、但しこの手法は決して真新しいものではない。第2段階として、それで得られた間取り図を「最適な動線は完全木である」という著者の仮説に基づいて改良する。「理想的な動線は回転動線である」というものもあるがこれとは趣向が異なる。著者の仮説の真偽については結果と考察で検討する。

2. 住居の変遷から見たゾーニングと動線計画

日本の住居の始原は縄文時代の竪穴式住居のようである。その後は社会的階層により身分の高い階層（公家、武士）と一般庶民との間で住居変遷の様子が異なっている。どちらも1室から多室化への変遷を辿っているのだが、

高い階層では接客（もてなし）に重点が置かれた、
高床住居→寝殿造→（主殿造）→書院造→数奇屋造（武家屋敷）の様な住居の変遷を辿り、

一般庶民では寝食を中心に多室化し、家内労働にも対応した機能面重視の、

平地住居→一間住居→二間住居→三間（広間型）住居→四間（田の字型）住居→町屋（商人）→長屋の様な変遷を辿ったようである。

明治時代に入って西洋建築が流入すると、武家屋敷

と西洋建築の和洋折衷が起こり中廊下型住居が登場した。大正・昭和初期に入るとライフスタイルが居間中心となり、住居も中廊下型住居→居間中心型住居に変遷した。

戦後に入ると政府の住居政策により、日本の住居に革新的な変化がもたらされた。それ等を列記すると、

- (a) 床座と西洋の椅子座が混合した起居様式
- (b) 食寝の分離（茶の間を居間と寝室に分離）
- (c) 就寝の分離（親と子の寝室を分離）
- (d) 家事労働の軽減（ダイニングとキッチンが一体化されたDK住居）
- (e) 設備の充実（浴室や水洗トイレの設置、冷蔵庫、洗濯機、掃除機などの家庭電化時代）
- (f) 公私室の分離（接客型から家族重視型へ）

などである。(a)については「床座から椅子座の暮らし」と言いたいところだが、西洋のように「ベッドで寝るとき以外は土足」であれば実現可能だろうが、日本では畳の生活が定着しており、家の中では靴を脱ぐ習慣が根付いているために床座と椅子座が同居した和洋混合の起居様式に落ち着いている。

画期的なのは(d)のDK住宅であり、これにより家事労働を軽減することが住空間を設計する上で大切なファクターであることが世に問われたのである。

1950年代に入ると住宅設計にも異変が起こり、住空間を社会圏、個人圏、労働圏の3つのゾーンで捉え、それを基に類似した機能の部屋をできるだけ隣接配置する方法（ゾーニングと動線計画）、住居機能を必要最小限に備えた最小限住宅などが若手建築家を中心に考案され施工された。さらに、工業化住宅、3C（カー、クーラー、カラーテレビ）、システムキッチンなどが登場し、一戸建ての住宅にも「来客優先にして水回りは北側」という固定観念から脱却して、「住み手の個性に順応した住まい」としての「順応型住居」への変遷が促進された。それに伴ってインテリアデザインが注目を集めるようになり、1980年代ではマンションなどの集合住宅において、ライフスタイルに合った間取りが選べる「メニュー方式」、ライフスタイルに合った間取りを提供する「フリープラン方式」、ライフスタイルに合った躯体と間取りを提供する「2段階供給方式」など、住み手のライフスタイルに合わせたマンションが登場し、現代に至っている。

驚いたのは「ゾーニングと動線計画」という視点が明確に打ち出されて住宅の平面計画がなされたのは1950年以降、まだ半世紀しか経っていないということ

である。それ以前は、庶民の住宅はそれを施工する棟梁の経験やセンス、采配に掛かっていたようである。この頃は「家は3度建てて始めて満足する」と言われていたらしいが、現代のサラリーマンにとっては金銭的に夢みたいな話である。「茶の間」が食事室でもあり寝室にも様変わりする多目的利用室だったことも、便利で効率的であるように思われるが、実はこれ等のことが住空間を「ゾーニングと動線計画」で平面計画することを遅らせてたのではないとも言えなくもないのである。

さて、「住居の変遷にゾーニングと動線がいったいどう関わっているのか」ということについて、実は先に列記した戦後の住居の取り組み(a)～(f)がその後の「動線計画」を生み出した要因になっているのである。この取り組み無くして動線計画はあり得なかったといっても過言ではない。

住居の動線には大きく2つある、敷地内の外部動線と住空間での内部動線である。内部動線はさらに、部屋から部屋へ移動する人の動きを表した軌跡と、同じ室内で家具配置をより適切に行うために人の動きを表した軌跡に分けられる。後者は「室内動線」と呼ばれ、これを人間工学的な立場から研究する筋もあるが、本論文では室内動線については取り扱わない。なお、室内の家具配置については著者の論文²⁾を参照されたい。以後、特に断らない限り内部動線とは部屋から部屋への人の動きの軌跡のこととし、これを単に動線と呼ぶことにする。住空間の動線は、大きく4つに分類される。

- (a) 家事動線…これはさらに洗濯動線、キッチン動線に分けられる。家事動線は短いほどよいとされている。DKの一体化は家事動線の短縮化が根底にある。家事動線のスタイルとしては3way方式、4way方式などがある。
- (b) 家族個々の生活動線…家族を構成する個々人の動線、家族の団欒を目的とした動線、通勤・帰宅時における動線（これを特に通勤動線という）などがある。リビングをわざと通過するように仕向けた通勤動線、ウォークイン・クローゼットを通路の一部として通過するようにしたウォークスルー型通勤動線、家族とのふれあいや利便性を追求した回遊型の生活動線など、様々な形態が考案されている。
- (c) 衛生動線…トイレ、浴室、洗面・化粧室などと寝室や各自の居室を結ぶ動線で、それぞれトイ

レ動線, 入浴動線などといわれている。これらは短い程よいとされている。

- (d) 来客動線…来客動線は家事動線, 生活動線, 衛生動線とは交わらない方がよいとされている。来客が化粧室を利用する場合には, 来客動線とは別のルートをとる。

動線計画で重要なポイントは,

- (a) 各室への連結がスムーズであること
- (b) 動線は単純明快で, なるべく短く採ること
- (c) 異種類の動線は出きるだけ交差させないこと
- (d) 移動頻度の高い動線は短く採り, その場所ではできるだけゆとりをもたせること

などである。

一時期はこれにさらに「(e) 出きるだけ部屋が通路とならないように工夫する」が加わっていたのであるが, 最近では廊下の面積をできるだけ減らして部屋同士を連結させ, 部屋内部を移動のための動線とし, そこを家族が巡回することによりお互いのコミュニケーションが図れるように工夫した回遊型の動線(回転動線)が持てはやされている。

さて, 次はゾーニングについてであるが, ゾーニングはより適切な動線計画には欠かせない平面計画である。ゾーニングとは住空間を構成する多くの単位空間を, 類似した性格を持ったゾーン(区域, 集合体)でまとめることである。単位空間とは適切な大きさを持った行為空間のことであり, 家族がその行為を行うために確保しなければならないスペースのことである。通常, 単位空間は概ね部屋と一致するが, さらに部屋とは言えないような収納スペース, 廊下, 玄関, 階段なども含める。

ゾーニングで用いられるゾーンは, 次の4つである。

- (a) パブリックゾーン…居間(L), 応接間, 食事

室(D)

- (b) プライベートゾーン…寝室, 書斎, 勉強部屋, 家事室など

- (c) サニタリー・水回りゾーン…トイレ, 浴室, 洗面, 洗濯, キッチン(K)など

- (d) ジョイントゾーン…玄関, 玄関ホール, 階段, 廊下など

ゾーニングの利点は, 例えば建物の水回りを一箇所にまとめること, できるだけ廊下などジョイント部の面積を少なくすること, 家族の団欒を中心とした間取りが得易いこと(L+D+K, L+DK, LD+K, LDKなどライフスタイルに合わせて設定する), 動線計画が立て易いことなどが挙げられる。

演習授業の指導で困惑したことだが, 受講者がゾーニングを行っている場合とそうでない場合とでは, その後の動線計画に大きな差が生じる。目的地までの動線がやたらに長くなっていたり, 異種類の動線があちこちで交差していたり, 重なり合っていたりなど, 著者の指導力不足も相まって, とても推奨できそうも無い間取り図が何枚も作成されていた。実は, 受講者のほとんどが頭を抱えていたのである。このことが本論文の直接のきっかけであり, これをうまく克服できないものかと思いついたのが「グラフ理論」だったのである。それでは, いよいよ本題に移ることにする。

ゾーニングを考える上での解析データとして表1の空間の結びつきと強さ¹⁾を引用する。ここで, 本来ならばその前提として「表1は基本計画(平面計画)が適切に行われた3LDKマンションにおいて家族の移動状況を, 部屋と部屋の出入り回数でマトリクス的に表したものである。家族構成は, 夫婦(2人, 夫は会社員, 妻は専業主婦), 子供(1人, 幼稚園児), 祖母(1人, 同居)の4人家族である。」を掲げるべき

表1 空間の結びつきの強さ¹⁾

前\後	部屋1	部屋2	部屋3	部屋4	部屋5	部屋6	部屋7	部屋8	小計	
部屋1		0	1	126	79	122	32	51	411	部屋1 夫婦室
部屋2	1		0	146	25	191	40	0	403	部屋2 子供室
部屋3	0	11		117	178	109	20	0	435	部屋3 祖母室
部屋4	112	152	136		1203	402	50	17	2072	部屋4 DK
部屋5	64	142	212	989		171	40	3	1621	部屋5 L
部屋6	55	109	181	607	733		31	14	1730	部屋6 トイレ
部屋7	62	52	38	72	38	35		0	297	部屋7 浴室
部屋8	0	0	0	1	0	7	0		8	部屋8 洗面室
小計	294	466	568	2058	2256	1037	213	85	6977	

なのであるが、文献からはこれ等についての記述が見当たらない。

ここで、部屋間の移動回数をもって部屋同士の結びつきの強さとしているのは、流動的で面白い発想である。間取り上その部屋を通過しなくてはならない場合にはその部屋本来の機能面に通路としての機能が加わる事、小さな子供が家の中を遊び回る場合には一時的ではあるが遊び場としての機能も加わる。また将来、高齢者に成った場合のライフステージの変化などにもこの手法は対応できそうである。但し、表1の値はそこを通過した者全ての出入り回数の積算値なので、誰がそこを移動したのかということまでは特定できない。

次に、表1に対するグラフ¹⁾が同じ文献に掲載されているのでそれを示す。

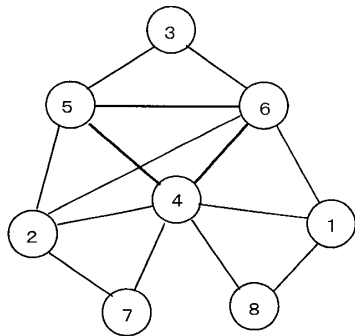


図1 表1に対するグラフ¹⁾

ところで、表1は対称マトリクスではなく非対称であり、そのグラフは有向グラフで表されるべきものである。図1ではそれが無向グラフで表わされている、また表1のデータと図1のグラフに食い違いが見られることなどから、このデータに対しては再検討が必要であると思われる。

この点の改良を含めて次の節では「グラフ理論」に基づいて、非対称マトリクスの有向グラフの表現、その無向化と正則化、平面グラフ化、ポロノイ分割、完全木による動線計画の検討などを行い、このデータから推奨する「より適切な間取り図」に向けてのアプローチを試みたい。

3. グラフ理論を援用した間取り図の作図法

グラフ理論で取り扱うグラフとは、点と線で構成された図形のことを言う。2点間が線で結ばれるときその端点を節点、その間の線を枝と呼ぶ。枝が向きを持つときはその枝を有向枝と呼び矢印で表す。有向枝で構成されたグラフを有向グラフと言ひ、図1のように単なる枝だけで構成されたグラフを無向グラフと言う。なお、これらの術語の正確な定義は日本数学会³⁾のものを参照されたい。また、ここに掲げた定理1~4は文献(4)にその詳しい証明が記載されている。

表2は、表1のデータを対数尺度でランキングしたものである。空間の結びつきの強さは、基本計画の段階では家族のライフスタイルを基に大まかに設定すればよく、ここでは@(630以上)、A(126~630)、B(25~126)、C(5~25)、D(1~5)、E(0)の6段階で設定する。図2は家族のライフスタイルから想定された単位空間のゾーニングであり、図3は表2を有向グラフで表したものである。

図3の有向グラフは表2のマトリクスを忠実に描いたものに過ぎず、単なる企画段階の絵である。図3から、Aランク以上の有向枝だけを取り上げると図4(a)の様になる。これに、図2のゾーニングを施すと図4(b)が得られる。なお、図4(b)で節点2と3の結びつきはCランクであり、節点4と5は@ランクであることに留意する必要がある。これをRc(2,

表2 空間の結びつきの強さ(家族のライフスタイルによる大まかな予測)

前\後	部屋1	部屋2	部屋3	部屋4	部屋5	部屋6	部屋7	部屋8	
部屋1		E	D	A	B	B	B	B	部屋1 夫婦室
部屋2	D		E	A	C	A	B	E	部屋2 子供室
部屋3	E	C		B	A	B	C	E	部屋3 祖母室
部屋4	B	A	A		@	A	B	C	部屋4 DK
部屋5	B	A	A	@		A	B	D	部屋5 L
部屋6	B	B	A	A	@		B	C	部屋6 トイレ
部屋7	B	B	B	B	B	B		E	部屋7 浴室
部屋8	E	E	E	D	E	C	E		部屋8 洗面室

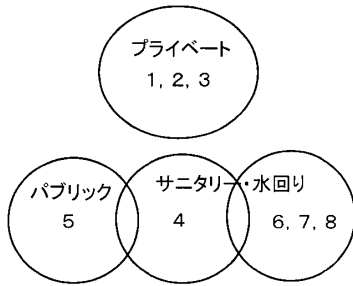


図2 ゾーニング

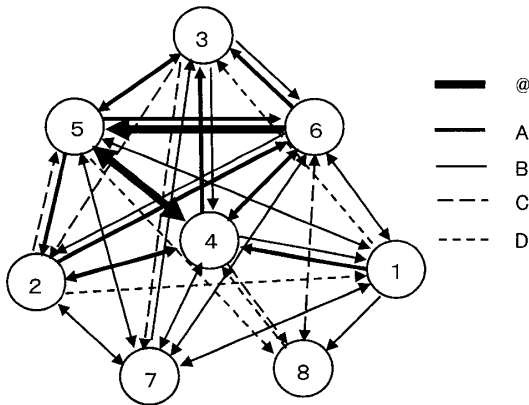


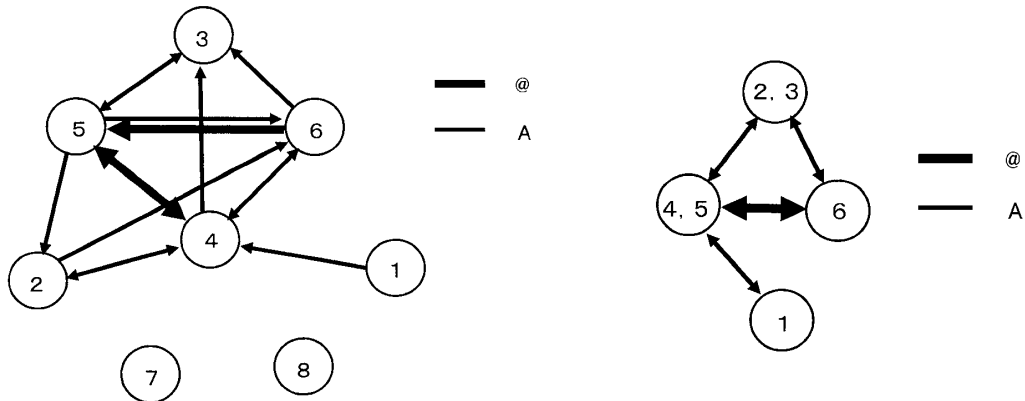
図3 表2に対するグラフ

3), $R@ (4, 5)$ で表して区別する。 $R@$ レベルで括られた節点同士は一体化することが好ましい。 Rc レベル程度で括られた節点はそれと連結した他の節点に対して位相幾何学的に同相な連結関係にあるということを示しているに過ぎない。当然、一体化の必要はないが設備的な条件からまとめた方がいい場合もある。

ここで、表1をゾーニングの観点からもう一度見直してみよう。この家族のライフスタイルでは節点7と8の結びつきは全くないようであるが、これ等はサニタリーゾーンに属しており、 $Rc (7, 8)$ で括ることにする。これ等の見直しにより、表2は表3のように簡素化できる。

なお、この様な括りは客観的には構造モデリング手法で行うべきであり、クラスター分析等で示した方が説得力を持つ。この点に関しては、次節で検証する。

表3を有向グラフで表すと図5のようになる。図5の有向枝は全て双方向⇔であることから、この有向グラフは無向グラフとして扱うこと(無向化)ができる。これが有向グラフの無向化である。さらに枝の太さの違いは、本来ならば同じ節点間を結ぶ枝が多数本あることを意味しているのであるが、ここでは枝はすべて1本の単純な場合とし、並行枝など多重枝は扱わない



(a) Aランク以上の有向枝

(b) (a) のゾーニング化

図4 Aランク以上のゾーニング化

表3 ゾーニング化した場合の空間の結びつきの強さ

前\後	部屋1	R(2+3)	R(4+5)	部屋6	R(7+8)	
部屋1		D	A	B	B	部屋1 夫婦室
R(2+3)	D		A	A	B	R(2+3) 子供室・祖母室
R(4+5)	A	@		A	B	R(4+5) L + DK
部屋6	B	A	@		B	部屋6 トイレ
R(7+8)	B	B	B	B		R(7+8) 洗面・浴室

(正則化), つまり無向グラフが多重枝を持たない正則無向グラフを想定する。

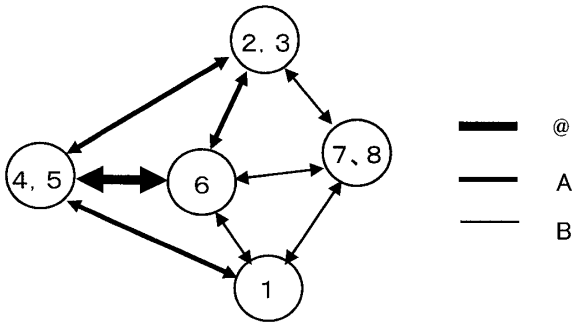


図5 表3に対するグラフ

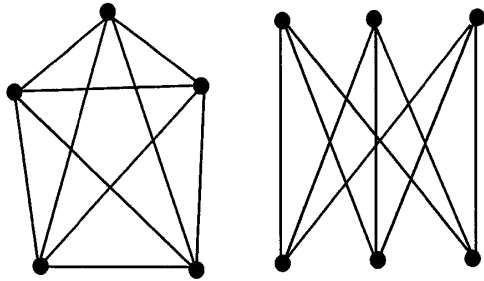


図6 星グラフ (左) と設備グラフ (右)

図5のグラフを正則無向グラフと見なして, 次の定理1によりこのグラフが平面に埋め込み可能かどうかを調べる。ここで平面に埋め込み可能なグラフを平面グラフと言う。

(定理1) 「連結した無向グラフが平面グラフである為の必要十分条件は, そのグラフの部分グラフ (マイナーも含む) が星グラフあるいは設備グラフと同相なグラフを含まないことである。」 (クラトウスキーの定理)

なお, 「星グラフ」とは図6で示す5節点完全グラフのことであり, 「設備グラフ」とは3節点—3節点完全2部グラフのことであり, 完全グラフとは任意の2つの節点が1本の枝で結ばれているグラフのことであり, 3節点—3節点完全2部グラフとは, 6つの節点を3節点を持つ2つの集合に分けて, 一方の集合に属する任意の1節点が他の集合に属する全ての節点とそれぞれ1本の枝で結ばれているグラフのことであり。

「そのグラフの部分グラフ (マイナーも含む) が星グラフあるいは設備グラフと同相である」とは, 平面グラフの部分グラフが明らかに星グラフや設備グラフと同相である場合だけでなく, 場合によっては平面

グラフの節点を除去したり, 枝を除去したり, 枝を縮約 (枝を縮めて両端の端点を1点にすること) したりして星グラフや設備グラフと同相なグラフにする場合 (これをマイナーと言う) もあるということである。

このようにしても星グラフや設備グラフと同相でなければ, そのグラフは平面グラフである。端的に言えば, 平面グラフとは平面内でどの枝も交差しないように描くことができるグラフのことである。

さて, 図5のグラフのどの部分グラフも図6の星グラフや設備グラフと同相なものはないので, 図5のグラフは平面グラフである。同相の概念を強めて「同型」と言う場合もある。2つのグラフの節点同士, 枝同士が1対1 (全単射) で対応し, かつその連結方法が同じ場合はその2つのグラフは同型である。この場合, 例えばどちらかのグラフの1本の枝が2つ以上に細分されて枝数が1つ増え, 節点数も1つ増えた場合には, この2つのグラフは同型とは言えなくなる。しかしながら, この細分を縮約すれば同型に成るので, この様な場合は位相幾何学的に同相と言う。本論文では主として同相を扱う。

もし, 平面グラフであれば次の定理2によりその双対グラフが存在する。もとのグラフをドロネー図と見立てれば, 定理2により双対グラフとしてポロノイ図が得られる。

(定理2) 「連結した無向グラフが平面グラフであれば, その双対グラフが存在する」

この定理では, 双対グラフの一意性は定かではないが, 存在性については保証されている。

著者の目論見は, 「ドロネー図とポロノイ図の関係」を「ゾーニングと間取り図の関係」に結びつけて, ゾーニングから自然に間取り図が生成できるようにしたのである。従って, 図5のグラフが平面グラフでない場合には, そのグラフの枝を適当にカットして星グラフや設備グラフが含まれない平面グラフに整形する必要がある。あるいは, 星グラフや設備グラフを含まない部分グラフの範囲内で考えてもよい。これ等の整形については, それを可能にするグラフ理論の諸定理が研究されており, 場合によってはそれを使って整形する必要があるかも知れないが, 本論文では出来るだけ整形はしない方針で推考する。

平面内に描かれたグラフが平面グラフかどうかを判定する方法として, 次の定理3がある。

(定理3) 「連結した無効グラフが平面グラフであれば, $N - B + V = 2$ (オイラーの公式)

が成り立つ。ただし、 N はそのグラフの総節点数、 B は枝の総数、 V は領域数である。」(オイラーの定理)

もし、 $N - B + V > 2$ であればそのグラフは1つの連結したグラフのように見えても、実は2つ以上に孤立している。また、 $N - B + V < 2$ であればそのグラフは平面に埋め込み可能ではないことなどが言える。また、 V の数え方は、例えば平面に描かれた1つの円の領域は、円の内部だけではなく外側も領域の個数に含めて $V = 2$ であるとする。当然、平面内に描かれた1本の線分は1つの領域に囲まれているから $V = 1$ である。これには、次の定理4が背景にあるが、その証明は次の事柄から単純ではない。

平面内に複雑な形状だが1つの閉曲線(平面を埋め尽くすような迷路のような)があったとしよう、そこに1点を選んで印をつけた場合、それがこの閉曲線の内部にあるのか外部にあるのかの判定ができれば、外部と内部という領域の区別も意味を持つ。その方法は、印を付けた1点から半直線を引いてそれが閉曲線と交わる回数(交差数)を数えるのである。もし交差数が奇数個ならばその点は閉曲線の内部にあり、交差数が偶数個ならば外部にある。この交差数の違いが、その点と閉曲線の関係の違いを判定する基準になる。ところが迷路のようなマンモス図形では内外の判定が不明確になる。一応、印を付けた点から見て交差数が奇数個のときは閉曲線の内部に存在し、偶数個のときは外部に存在すると位相的に区別するのである。たとえば、建物に囲まれた中庭については、中庭と外部との間に少しでも自由に行き来できる通路があれば、そこは位相的に外部であり、コートハウスと類似した建物と見

なす。定理2の「双対グラフの一意性は定かでない」というのも、この外部と内部の採り方の違いから生じるものであり、1つのグラフの双対グラフが外部と内部の採り方で2通り出来ることを意味している。この点に関しては、インテリア大事典のリニアグラフ¹⁾を参照されたい。

(定理4)「平面内の1つの閉曲線はその平面を内側と外側の2つの領域に分ける」(ジョルダンの定理)

図5の場合には、 $N = 5$ 、 $B = 8$ 、 $V = 5$ より定理3が成り立つので、平面グラフである。図1の無向グラフも $N = 8$ 、 $B = 14$ 、 $V = 8$ より定理3から平面グラフである。

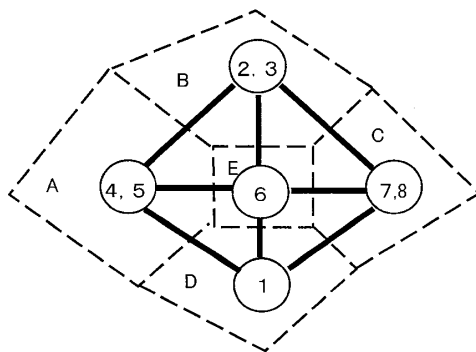
さて、準備が整ったので図5をドロネー図と見立ててそのボロノイ分割を行い、間取り図のラフを描いてみよう。

図7(a)は図5のボロノイ分割である。この図から次の定理5が成立していることが分かる。

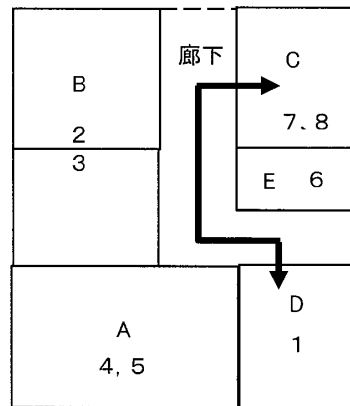
(定理5)「平面内において、ドロネー図の節点はボロノイ分割の母点に相当し、母点数はボロノイ分割で得られたボロノイ領域数に一致する。これより、ドロネー図の節点数はボロノイ図の分割領域数に一致する」

図7(b)は(a)を間取り図として描いたものである。なお、間取り図(b)には、本来要求されていなかった廊下が設けられている。これは、第2節の動線計画のポイント(d)に従い、著者の判断で動線が込み入った場所をジョイントゾーンとし、人の往来にゆとりをもたせたためである。

ところで、図7(b)の間取り図のラフをよく見て



(a) 図5のボロノイ分割



(b) (a) から生成された間取りの概略図

図7 ボロノイ分割による間取り図の作成

みると、本来最も重要視されるべきである家事動線、衛生動線、夫婦の生活動線が全く無視されており、第2節の動線計画のポイントに大きく逸脱しているばかりでなく、不自然である。動線ばかりではない。水回りも分散されていて設備的にまとまりがない。

次に、この点の改良を動線計画のポイントに基づいて行う。

ここで、部分的な改良を行う場合のポイントとして「動線はできるだけ短く、かつ無駄な動きを少なくするためにもできるだけ完全木に近付けるのが良いのでは」という鉄則じみたものが多くの試行錯誤の末に発想として沸いてきた。これは単なる著者の予想に過ぎないのであるが、しかし動線計画を立てる上で有効な仮説になりそうである。そこで、著者は本論文において、間取りの改良に対して、次の仮説を提案する。(仮説)「最適な動線は完全木である」

なお、動線に関しては日本インテリア学会でも研究報告が行われており、穴沢等⁵⁾は「インテリア空間における動線の有効利用に関する研究(1)」と題して、公共トイレ入り口周辺の動線の複雑さを人間工学的に筋肉負担量で評価したことの報告を行っている。これに関しては、筋負担は動線計画の一つの指標にはなっても、それが最適な方法と言えるのかどうかについてはさらなる研究が必要であるとのコメントがなされている。

その動線が最適であるのかどうかということについては評価方法がまだ確立しておらず、著者も含めて研究を要するところである。

本論文では、「最適な動線は完全木である」という仮説に基づいて、図7(b)の改良を試みたい。勿論、この仮説は動線の種類毎(生活、衛生、家事など)に適用すべきものである。

ところで、完全木とは連結グラフのどの部分グラフも閉路にはならないグラフのことである。本論文で著者が言う完全木とは、これらの木の中で出来るだけ次数(1つの節点に接続している枝数)が高いものを言う。また、1つの枝の細分と同相なものは出来るだけ縮約して1本の枝として扱うようにする。

連結グラフが完全木であれば定理3から $V = 1$ より、

$$N - B = 1$$

が導かれる。この関係式は連結グラフが完全木であることの判定として使われる。勿論、一目見ればそのグラフが完全木であるかどうかは容易に見当がつく。つ

いでに、この「 $N - B$ 」の値は「オイラー数」とも言われ、「完全木は(オイラー数) = 1の位相不変量を持つ」と言う事もできる。同様に、「単純閉路(サイクルが1のグラフ)は $V = 2$ より(オイラー数) = 0の位相不変量を持つ」と言える。このことを、定理3, 4から導かれた完全木と単純閉路に関する定理の系として次のようにまとめておく。

(系1)「平面内に置かれた1つ完全木のオイラー数は1であり、同様に1つの単純閉路のオイラー数は0である」

図7(b)の間取り図のラフを改良したのが図8である。改良点は、

- (a) 水回りをできるだけまとめて配置すること
- (b) 洗濯動線や夫婦の生活動線・衛生動線が、サニタリーゾーン、パブリックゾーン(キッチン)に容易につながるように5wayの完全木の動線を採用したこと

である。図8に描かれている太線の完全木動線は図7(b)よりも短縮されており、これにより夫婦にとって無駄な動きができるだけ軽減された間取りが得られたものと予測される。

なお、完全木による動線計画は動線の種類毎(生活、衛生、家事など)に行うこととする。従って、これらの動線を重ね合わせた場合には必ずしも完全木ではない点に留意が必要である。

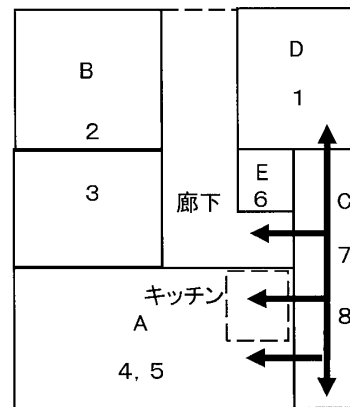


図8 図7(b)の動線計画による改良

以上より、著者は「より適切な間取り図」の作成方法の一つとして、第1段階で「ドロネー図とポロノイ図との関係」を「ゾーニングと間取り図の関係」に結び付け、次に第2段階でその間取り図を「最適な動線は完全木である」という著者の仮説に基づいて改良していく方法を提案する。この手法を「グラフ理論を援

用した間取り図の作図法」と名付けたい。

4. 結果と考察

第3節で取り組んだ間取り図（ラフ）の作図法を検証してみる。

（検証1）空間の結びつきの強さを示すマトリクスであるが、基本計画の段階では厳密である必要はなく、対称マトリクスでよい。非対称マトリクスで得られた有向グラフは無向化する必要があり、初めから対称マトリクスとした方が無向化の手間が省ける。

また、ゾーニングの初期の段階で空間の結びつきの強さを解析する方法として構造モデリングによる手法がある。その概略は、有向グラフの節点同士の結合状態を隣接マトリクスで表し、それをISM法で解析して可到達マトリクスを求め、そこから得られた中心度（関連度）と原因度（影響度）の関係から空間の結びつきの強さを求める方法である。初期計画段階でのISM法によるゾーニングの解析については、次報で論じる。

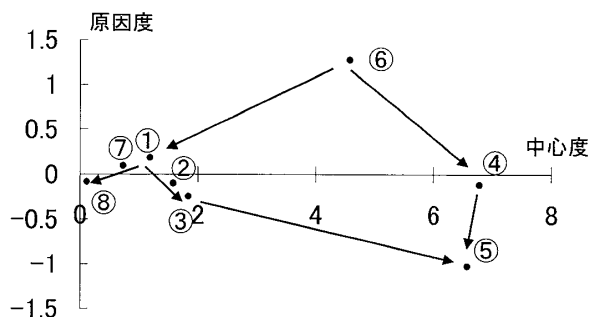
（検証2）マトリクスには必ずゾーニングによる簡素化を施すことが必要である。その理由は、ゾーニングでグラフ全体の節点数を減らすことにより、そのグラフを容易に平面内に埋め込んで平面グラフにすることが出来ること、さらに平面グラフにしなければ、ボロノイ分割による間取り図の生成は不可能であること、平面グラフでなければ枝の交差は避けられないのであり、従って動線は必ずどこかで交差する、などの理由である。

つまり、対称マトリクスをそのまま無向グラフ化しても、それだけでは「より適切な間取り図」は得られないということである。

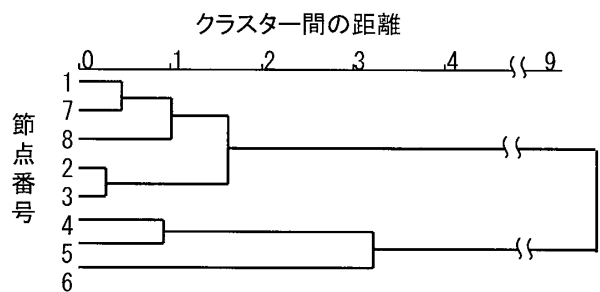
さて、今回のゾーニングが「より適切なゾーニング」かどうかを検証するために、構造モデリング手法のDEMATEL法を用いて表1の解析を試みた。その結果を図9の散布図(a)に示す。この散布図のデータをさらにクラスター分析⁶⁾し、それを樹形図(デンドログラム)で表したのが図9(b)である。デンドログラムの各クラスターと本論文で著者が行ったゾーニング図7(a)、およびそれを改良した図10は、部屋(2, 3), (4, 5)のゾーニングに関しては一致している。ところが、部屋7, 8については食い違っており、検証で用いたDEMATEL法あるいはそのクラスター分析結果のいずれかが信頼するに値するものなのか否か、疑義が残る。この点に関しては、次報で論じることにする。

（検証3）図8は、図7(b)のゾーニングによって得られた間取り図のラフに「最適な動線は完全木である」という著者の仮説を適用して改良し、それで得られた間取り図である。間取り図の改良に当たっては、著者の一存でジョイントゾーンである廊下を設け、さらに夫婦の生活動線や家事動線をコンパクトにまとめた5wayの動線を設定した。図8はそれを示している。

この間取り図をボロノイ図と見立てて、そのドロネー図を作成してみると図10の様になる。当然、「ドロネー図とボロノイ図との関係」が「ゾーニングと間取り図の関係」に結びついていることが分かる。今回、著者が試みた「ドロネー図とボロノイ図との関係」をそのまま「ゾーニングと間取り図の関係」に移行する方法は、「ゾーニングが適切に行われていれば、適切な間取り図が得やすい」ということを示しているのである。逆に、「より適切なゾーニング」が成されていなければこの方法は効力を持たない。従って、「より



(a) DEMATEL法によって得られた中心度と原因度



(b) クラスター分析結果

図9 DEMATEL法とクラスター分析結果

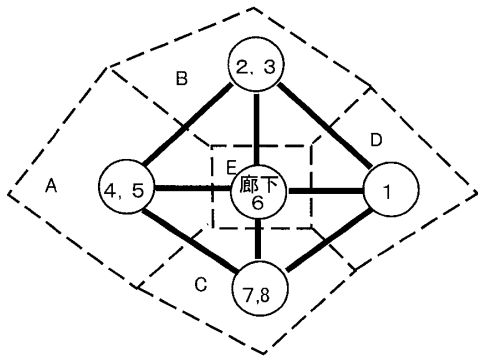


図10 図8の間取り図から得られたドロネー図

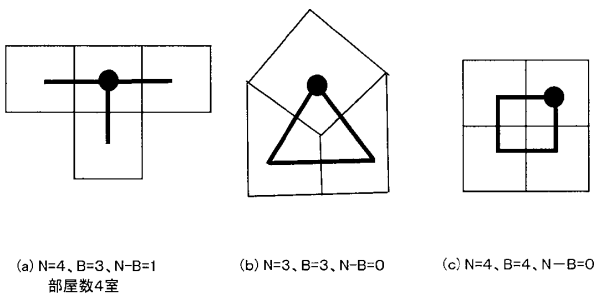


図11 完全木と単純閉路の比較

適切なゾーニング」が行われていることがこの移行方法の決め手であると言える。

(検証4)「最適な動線」とは、第2節の動線計画のポイント(a)~(d)で示したように、「連結がスムーズで単純明瞭、他の動線とは出来るだけ交差が少なく、出来るだけ短い動線」ということである。このことを、「出来るだけ沢山の部屋を、交差がなく出来るだけ少ない枝数の動線で連結すること」と単純に置き換えて数学的な証明を試みる。

まず、動線の交差については、ここでは部分グラフとして星グラフや設備グラフを含まない平面グラフを前提にしているので、位相的に枝の交差は回避できる。

従って、平面グラフの枝同士がわざと交差するように描かれていても、位相的にそれは交差していないものと同相であると見なす。

次に、枝数が最小なグラフは出来るだけ次数(1つの節점에接続している枝の数)の高い完全木であることを示す。

図11(a), (b)の太線は、枝数(Bの値)がB=3の場合の完全木と単純閉路を示している。

それぞれの節点数(Nの値)は完全木では $N = 4$ ($= B + 1$)、単純閉路では $N = 3$ ($= B$)である。定

理5より、節点数はボロノイ領域数に等しいから、完全木の部屋数は4、単純閉路の部屋数は3となる。つまり、完全木の方が少ない枝数で多くの部屋を連結していることが分かる。また、この完全木の次数は3であり、 $B = 3$ の木の中では最大である。

このことは、 $B = 3$ についてだけ成立しているわけではない。定理3と系1より、一般的に言えることなのである。次にそれを系2として証明する。

(系2)「同じ枝数であれば完全木の方が単純閉路よりも節点数が1つだけ多い」

(系2の証明)

系1より、完全木の節点数は $N = B + 1$ であり、単純閉路では $N = B$ である。よって、同じ枝数であれば、完全木の方が節点数が1つ多い(つまり、連結部屋数は1つだけ多い)。(証了)

さらに、次の系3を証明する。

(系3)「平面内で多くの節点を最も少ない枝数で連結するには、そのグラフが完全木になるように連結すればよい」

この証明には次の助定理1, 2を利用する。

(助定理1)「平面グラフに1本の枝が葉を持つように連結した場合、節点数は1つ増えるが領域数は変わらない。但しそれで出来たグラフも平面グラフとする」

ここで、「枝が葉を持つように連結した場合」とは、枝の一端が平面グラフのどれか1つの節点と接合され、他端はどこにも接合していない節点(葉)のままである場合を意味する。その場合は平面グラフ全体の節点数は1つ増加するが、領域数はもとのままである。定理3に当てはめれば、より明確になる。

元の平面グラフでは、

$$N = 2 + B - V$$

が成立している。これに1本の枝が葉を持つように連結されると、

$$N = 2 + (B + 1) - V$$

となり、Nは必ず1つ増加する。

(助定理2)「平面グラフに1本の枝が連結して単純閉路(ループ)が1つ増えた場合は、節点数は変わらないが領域数が1つ増加する。但し、それで出来たグラフも平面グラフとする」

これを定理3に当てはめると、1本の枝の両端が平面グラフの2つの節点にそれぞれ接合されてループが1つ増えた場合は、領域数が1つ増加するから、

$$N = 2 + (B + 1) - (V + 1)$$

となって、Nは変化しない。

それでは、系3の証明を試みる。

(系3の証明)

平面グラフに1本の枝を連結して新しく平面グラフを作成する方法は、枝が葉を持つように平面グラフに接合する場合と、枝の両端がそれぞれ平面グラフの2つの節点に接合してループができるように連結する2通りしかない。節点数が増加するのは、助定理1、2より枝が葉を持つように連結した場合である(つまり、各部屋は動線が完全木に成るように連結した方が、単純閉路の場合より多くの部屋が連結できる)。

次に、全ての平面グラフの中で、もし同じ枝数Bであれば、どのグラフが一番節点数Nが大きいのかを示す。

定理3より、どの平面グラフにも $N = 2 + B - V$ が成り立つが、Vが一番小さいグラフは明らかに完全木の $V = 1$ であり、その他の平面グラフ ($B > 2$) は全て $V > 1$ である。従って、枝数Bが同じという条件のもとでは、完全木は他のどの平面グラフよりも節点数Nが大きい(つまり、動線の連結が完全木であれば、他のどの連結よりも多くの部屋を連結することができる)。

これは、多くの節点を出来るだけ少ない枝数で連結するグラフは完全木であるということも出来る。

(証了)

平面グラフの中で「多くの節点を出来るだけ少ない枝数で連結するグラフは完全木である」ことを証明した。また、本論文で取り組んでいる問題は「最小木問題」や「クリーク被覆問題(これはNP完全問題に属している)」とは異なる点に留意する必要がある。著者の言う完全木とは、最小木の中で出来るだけ次数の高いものであり、また、種類の異なる動線毎に完全木を選定するものである。これ等の動線を重ね合わせたグラフは、必ずしも最小木にはならない。また、著者の言う完全木は、木であることから明らかにそれらの節点を結んで出来るグラフの中の極大完全部分グラフ(クリーク)を求める問題でもない。

完全木には、さらに次に掲げる系4の性質がある。これは、「動線が単純明瞭である」ための必要な性質であると考えられる。

(系4)「1つの完全木において、その中の任意の2節点を結ぶ経路(パス)は一意的に決まる」

(系4の証明)

完全木は、その部分グラフとして単純閉路(基本サイクル)を持たない。ゆえに、任意の2節点を結ぶ経

路はただ1通り存在する。もし、2通り存在すればそれは基本サイクルを形成し、これは完全木であることに矛盾する。(証了)

以上より、「最適な動線は完全木である」という著者の仮説は数学的に成立していると考えられる。しかし、これはあくまでも「最適な動線」とは、「連結がスムーズで単純明瞭、他の動線とは出来るだけ交差が少なく、出来るだけ短い動線」ということであり、これを「出来るだけ沢山の部屋を、交差がなく出来るだけ少ない枝数の動線で連結すること」と解釈した場合のことである。但し、この動線の選定は動線の種類毎に行うことは言うまでも無い。

この動線計画をうまく行うためには、「適切なゾーニング」が行われていることが前提である。著者によってこの仮説が数学的に真であることが証明されたとは言え、実際生活の場でこの手法を他の様々なライフスタイルに当てはめてみなければ、その可否は判明し難い。と言うのは、「動線が交差した方が良い場合もある」、「枝数が少ないからと言ってそれで最短であるとは限らない」、「回転動線の方が良い」などのケースがライフスタイルによっては起こり得ると思われるからである。

この点については、今後の課題とする。

(検証5) 最近の流行では回転動線を採用するケースもある。著者は、リビング内ならば了解するが部屋同士を取って通路とする方法には賛成しかねる。

図11(c)は $N = 4$ の場合の単純閉路を示しているが、これは回転動線である。図中、●をリビング(あるいは廊下)と見なした場合、(a)の動線(完全木)は3wayで、●と隣り合った3室にはそれぞれ枝1本で出入りが可能である。ところが、(c)の動線では●と隣接した2室への出入りの枝数は共に1本で済むが、対角位置にある部屋に行くには他の2室のいずれかを通過しなければならない。

完全木の場合は出入りが1方向しかないプライベートな個室が3室取れるが、回転動線(単純閉路)ではそのような部屋は存在しない。同じリビング内で、「室内動線が回転動線である」というのであれば、家族の団欒にとって有効に働くこともあるかも知れない。また、敷地の大きさに余裕があり、中庭のような中空空間を住空間内に設けることが出来るのであれば、回廊を設けて回転動線を楽しむこともできるだろう。しかし、部屋の中を通路の一部にする回転動線はプライバシー確保の面で問題があるように思われる。

(検証6)最後に、第3節の解析で触れていない重要な部分に来客動線がある。これについては計画の初期段階で明示すべきであるが、その計画が成されていなかったために敢えて家族中心型の間取り図で妥協した。

本論文では「グラフ理論を援用した間取り図の作図法」を試みたが、以上の検証で分かったことをまとめる。

- (a) 「適切なゾーニング」は「より適切な間取り図」を生成する上で重要な働きをする。
- (b) 「最適な動線は完全木である」という著者の仮説は、「適切なゾーニング」が行われた上で成り立つ命題であり、その真偽については数学的に真であることが証明されたが、この手法の可否は他の様々なライフスタイルで検証してみなければ判明し得ないと思われる。

(b)については、今後もさらに検討を重ねていくつもりである。

5. 要 約

本論文は「インテリア計画」の立場から、「より適切な間取り図」の作成の一つとして、「グラフ理論を援用した間取り図の作図法」を提案した。この手法は、第1段階で「ドロネー図とボロノイ図の関係」を「ゾーニングと間取り図の関係」に援用し、第2段階では、それで得られた間取り図(ラフ)から不自然なところを「最適な動線は完全木である」という仮説に基づいて改良し、「より適切な間取り図」に仕上げていく方法である。この手法のポイントは「適切なゾー

ニング」であり、この仮説が真であることは著者によって数学的に証明されたが、この手法の可否は他の様々なライフスタイルで検証しなければ判明し得ないという課題を残している。

謝 辞

本論文を作成するにあたり、暖かいご支援を賜りました本学コミュニティ生活学科の諸先生方ならびに元広島文化短期大学の星出仁美先生に、心より感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 小原二郎編集：インテリア大事典, 179-180 (1990), 壁装材料協会, 東京
- 2) 古川博仁：最適な家具の配置に対する数理的アプローチ, 呉大学短期大学部紀要, 10, 9-30 (2006)
- 3) 日本数学会編集：数学辞典第3版, 270-273 (1986), 岩波書店, 東京
- 4) B. コルテ, J. フィーゲン共著, 浅野孝夫他3名訳：組み合わせ最適化, 38-48 (2005), シュプリンガー・フェアラーク東京株式会社, 東京
- 5) 穴沢 舞他1名：インテリア空間における動線の有効利用に関する研究(1), JASIS NEWS (日本インテリア学会報), 41, 5-6 (2008)
- 6) 藤沢偉作著：多変量解析法, 120-131 (1995), 現代数学社, 京都

Summary

In this paper, I propose “the drawing method of the figure of the room planning quoted from the graph theory” as one of the drawing method of the more appropriate figure of the room planning from the standpoint of the interior design. In the 1st step of this technique, it is created the rough of the room planning by tying the relation between the Delaunay diagram and the Voronoi one to the relation between the zoning and the room planning. In the 2nd-stage, the unnatural place of its rough is improved according to the hypothesis “that the best traffic line is the complete tree” and its rough is built into the more appropriate figure of the room planning at last.

The important point of this technique is to do “the appropriate zoning”. It is proved by myself that my hypothesis is “true”, but it is left a problem that the right or wrong of this technique must be verified about a wide range of lifestyles.